

Macroéconomie L3 ; exercices du chapitre III ; corrigé

F. Arestoff, P. De Vreyer, H. Lenoble, B. Venet

Avril 2010

1 Puniton et incohérence temporelle ; corrigé

a) Contrairement au cours, la fonction est une fonction d'utilité intertemporelle, et non une perte intertemporelle. C'est pourquoi il convient de la maximiser et non pas de la minimiser. Le chômage est remplacé par l'activité. Et l'inflation apparaît négativement. On remarque en particulier qu'ici, l'inflation idéale est nulle. L'utilité instantanée s'écrit simplement :

$$u_t = \left(y_t - \frac{a\pi_t^2}{2} \right)$$

b) Modèle statique.

Cas 1 : équilibre avec engagement

Lorsque la banque centrale annonce l'inflation et respecte ses engagements, l'output se fixe à son niveau naturel. Dans l'utilité instantanée, la banque centrale ne peut donc jouer que sur l'inflation. L'utilité est maximale lorsque $\frac{a\pi_t^2}{2}$ est minimal, soit lorsque l'inflation est nulle : $\pi_t = 0$. Le bien-être instantané avec engagement, u_t^e , vaut alors :

$$u_t^e = y^n$$

Cas 2 : équilibre sans engagement

En l'absence d'engagement, la banque centrale n'annonce rien. A anticipations d'inflation π_t^e donnés, le choix d'inflation effectif est celui qui maximise l'utilité instantanée :

$$\begin{aligned}\max_{\pi_t} u_t &= \left(y_t - \frac{a\pi_t^2}{2} \right) \\ &= y^n + b(\pi_t - \pi_t^e) - \frac{a\pi_t^2}{2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u_t}{\partial \pi_t} = b - 2\frac{a}{2}\pi_t = 0$$

$$\Rightarrow \pi_t = \frac{b}{a}$$

On remarquera en particulier que l'inflation choisie par les autorités est indépendante des anticipations. Comme les ménages connaissent les préférences des autorités monétaires, ils connaissent cette fonction de réponse : ils savent que les autorités monétaires choisiront systématiquement $\pi_t = \frac{b}{a}$. Ils vont donc anticiper $\pi = \frac{b}{a}$. Finalement, l'output se fixe au niveau naturel, et l'inflation vaut $\pi_t = \frac{b}{a}$. Le bien-être instantané sans engagement, u_t^{se} vaut alors :

$$u_t^{se} = y^n - \frac{b^2}{2a} < u_t^e$$

c) La sanction infligée correspond à l'anticipation d'inflation en l'absence d'engagement. Tout se passe donc comme si les ménages étaient prêts à croire les autorités monétaires tant qu'elles ne les ont jamais trompés. Si, ne serait-ce qu'une fois, les ménages ont été trompés, ils n'auront plus aucune confiance dans les autorités monétaires : même si elles font des annonces, elles ne seront pas crues, et les ménages s'attendent donc à ce que soit implémentée une politique discrétionnaire. Dès lors, les ménages anticipent $\pi = \frac{b}{a}$.

d) Si l'inflation a au moins une fois différé de l'annonce $\hat{\pi}$, alors les ménages anticiperont $\pi_t = \frac{b}{a}$. Comme les autorités monétaires sont elles aussi rationnelles, elles connaissent ce comportement. Elles savent donc qu'aucune annonce ne sera plus jamais crue. Elles peuvent donc mener une politique discrétionnaire, et choisissent $\pi_t = \frac{b}{a}$ à chaque période. Bien que l'objectif des autorités monétaires soit une fonction d'utilité intertemporelle, pondérant les utilités instantanées de toutes les périodes futures, le jeu ici n'est plus vraiment dynamique, dans la mesure où c'est l'équilibre statique sans engagement qui se répète de période à période.

e) On considère ici que les autorités monétaires ont encore du crédit auprès des ménages à la date $t = 0$. Donc les ménages anticipent $\hat{\pi}$ en $t = 0$. On va évaluer l'utilité intertemporelle des autorités monétaires qui décident de dévier en $t = 0$.

Par la question précédente, on sait qu'à partir de $t = 1$, les ménages anticiperont systématiquement $\pi = \frac{b}{a}$, et les autorités monétaires auront alors intérêt à implémenter indéfiniment ce taux d'inflation. Comme tous les agents sont rationnels, ils sont conscients des effets d'une déviation en $t = 0$ sur la trajectoire future, donc les autorités monétaires savent que si elles dévient, l'output se fixera à son niveau naturel dès $t = 1$, et l'inflation à $\frac{b}{a}$. Leur unique gain d'une déviation se produit à la période 0. C'est pourquoi le programme des autorités monétaires, si elles décident de dévier, se résume à la maximisation de l'utilité instantanée en $t = 0$. Or, on sait que les autorités choisiront $\pi_0 = \frac{b}{a}$. L'output en $t = 0$ vaudra

$$y_0 = y^n + b \left(\frac{b}{a} - \widehat{\pi} \right)$$

et l'utilité instantanée en $t = 0$:

$$\begin{aligned} u_0 &= y^n + b \left(\frac{b}{a} - \widehat{\pi} \right) - \frac{b^2}{2a} \\ u_0 &= y^n + \frac{b^2}{2a} - b\widehat{\pi} \end{aligned}$$

Finalement, l'utilité intertemporelle en $t = 0$ vaudra :

$$\begin{aligned} U_0^d &= u_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t u_t \right] \\ &= u_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t u^{se} \right] \\ &= u_0 + u^{se} \sum_{t=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t \right] \\ &= u_0 + \frac{u^{se}}{1+\rho} \sum_{t=0}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t \right] \\ &= u_0 + \frac{u^{se}}{1+\rho} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1+\rho}} \\ &= u_0 + \frac{u^{se}}{\rho} \\ &= y^n + \frac{b^2}{2a} - b\widehat{\pi} + \frac{y^n - \frac{b^2}{2a}}{\rho} \\ U_0^d &= \frac{1+\rho}{\rho} \cdot y^n - b\widehat{\pi} - \frac{b^2}{2a} \frac{1-\rho}{\rho} \end{aligned}$$

Si les autorités monétaires ne dévient pas et choisissent pour $t = 0$ et pour toutes les périodes futures $\pi_t = \hat{\pi}$, alors l'output se fixera à toutes les périodes à son niveau naturel (y compris en $t = 0$). L'inflation se fixera quant à elle en $\hat{\pi}$ à toutes les périodes. Remarquez qu'il ne s'agit pas forcément de l'équilibre statique avec engagement, car $\hat{\pi}$ est a priori quelconque, et pas nécessairement égal à 0. Le bien-être intertemporel évalué en $t = 0$ vaudra :

$$\begin{aligned}
U_0^{sd} &= \sum_{t=0}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t u_t \right] \\
&= \left(y^n - \frac{a\hat{\pi}^2}{2} \right) \frac{1}{1 - \frac{1}{1+\rho}} \\
&= u_t^e \frac{1+\rho}{\rho} \\
U_0^{sd} &= \frac{1+\rho}{\rho} \left[y^n - \frac{a\hat{\pi}^2}{2} \right]
\end{aligned}$$

f) En comparant les deux bien-être calculés précédemment, on peut voir pour quels niveaux d'inflation annoncée $\hat{\pi}$ les autorités monétaires ont effectivement intérêt à respecter indéfiniment leur engagement, et pour lesquels elles ont intérêt à dévier instantanément. Comme tous les agents sont rationnels, seules les annonces pour lesquelles $U_0^{sd} > U_0^d$ seront crédibles, donc crues. Dans le cas contraire, les autorités dévièrent immédiatement. Mais alors les agents n'auraient aucun intérêt à s'être laissés tromper. C'est pourquoi les seules annonces crédibles sont celles telles que :

$$\begin{aligned}
U_0^{sd} &> U_0^d \\
\frac{1+\rho}{\rho} \left[y^n - \frac{a\hat{\pi}^2}{2} \right] &> U_0^d = y^n \frac{1+\rho}{\rho} - b\hat{\pi} - \frac{b^2}{2a} \frac{1-\rho}{\rho} \\
-\frac{1+\rho}{\rho} \frac{a\hat{\pi}^2}{2} &> -\frac{b^2}{2a} \frac{1-\rho}{\rho} - b\hat{\pi} \\
-\hat{\pi}^2 &> -\left(\frac{b}{a} \right)^2 \frac{1-\rho}{1+\rho} - 2\frac{b}{a} \frac{\rho}{1+\rho} \hat{\pi} \\
\hat{\pi}^2 - 2\frac{b}{a} \frac{\rho}{1+\rho} \hat{\pi} - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \frac{1-\rho}{1+\rho} &< 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{\rho}{1+\rho}\right)^2 + 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \frac{1-\rho}{1+\rho} \\
&= 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left[\left(\frac{\rho}{1+\rho}\right)^2 + \frac{1-\rho}{1+\rho} \right] \\
&= 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left[\left(\frac{\rho}{1+\rho}\right)^2 + \frac{1-\rho^2}{(1+\rho)^2} \right] \\
&= 4 \left(\frac{b}{(1+\rho)a}\right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\pi}_1 &= \frac{b}{a} \frac{\rho}{1+\rho} - \frac{b}{(1+\rho)a} \\
\widehat{\pi}_1 &= \frac{b\rho - 1}{a\rho + 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\pi}_2 &= \frac{b}{a} \frac{\rho}{1+\rho} + \frac{b}{(1+\rho)a} \\
&= \frac{b}{a}
\end{aligned}$$

Ainsi, sur tout l'intervalle $\left[\frac{b}{a} \frac{\rho-1}{\rho+1}, \frac{b}{a}\right]$, les annonces sont crédibles. En particulier, on remarquera qu'il n'existe pas une unique annonce crédible, mais une infinité. La borne supérieure est l'inflation sans engagement : cette annonce est toujours crédible, car même si les autorités voulaient dévier, elles finiraient par choisir ce niveau d'inflation. Evidemment, aucune inflation au dessus de $\frac{b}{a}$ n'est crédible : la résolution du modèle statique sans engagement nous enseigne que quelles que soient les anticipations des agents, les autorités ont intérêt à fixer $\frac{b}{a}$ lorsqu'elles ne se préoccupent que d'une période. Supposons que les autorités choisissent d'annoncer $\widehat{\pi} > \frac{b}{a}$. Elles gagneraient en bien-être instantané en $t = 0$ à dévier. Et elles gagneraient également en bien-être aux périodes suivantes, car l'inflation serait inférieure à celle annoncée, le PIB se situant dès $t = 1$ invariablement à son niveau naturel.

La borne inférieure, quant à elle, dépend du degré d'impatience des agents. Des autorités infiniment impatientes ($\rho \rightarrow +\infty$) ne se préoccuperaient que de l'utilité courante. Ainsi, en dépit des effets de réputation qui sont susceptibles de pénaliser les autorités dans les périodes futures si elles ne respectent pas leur engagement, des

autorités infiniment impatientes ne se préoccuperaient que de la période courante. L'intervalle des annonces crédibles est alors dégénéré en un unique point, $\frac{b}{a}$, soit l'équilibre sans engagement. Ainsi, sans préoccupation de la situation future, les effets de réputation disparaissent, et on retrouve l'équilibre statique sans engagement.

Enfin, la borne inférieure $\frac{b}{a} \frac{\rho-1}{\rho+1}$ peut tout à fait inclure l'inflation optimale (nulle), pour peu que $\rho < 1$. Cette condition revient à supposer que les autorités ne sont pas trop impatientes. On comprend bien alors que lorsque les autorités se préoccupent du futur, le coût à dévier est plus grand, contre un gain qui ne porte que sur une unique période.

g) Par rapport au modèle développé en cours, où les autorités monétaires ne considéraient qu'un horizon de 2 périodes, on voit ici que l'inflation optimale peut être atteinte si l'horizon est infini. Plus l'horizon des autorités monétaires est long, et plus le coût de dévier sera important, car il portera sur un plus grand nombre de périodes. Cela dit, ce raisonnement suppose que la sanction des ménages soit également plus longue, c'est-à-dire qu'ils conservent en mémoire la tricherie des autorités monétaires suffisamment longtemps. Les effets de réputation sont donc d'autant plus forts que le mandat est long.

2 Juin 2009 : les différentes formes de la délégation ; corrigé

2.1 Préambule

1) Le mécanisme d'engagement implique ex ante que l'inflation et l'inflation anticipée coïncident, donc le chômage est nécessairement égal au chômage naturel. Dans ces conditions, le banquier central minimise la perte en ajustant l'inflation à sa cible. Nous avons donc : $\pi = \pi^e = \pi^*$. Avec une inflation égale à la cible, et un chômage à son niveau naturel, la perte de la société à l'équilibre avec engagement vaut :

$$L = \frac{\varphi}{2} (u^n - u^*)^2$$

2.2 Candidat 1

2) Le programme du banquier central s'écrit :

$$\begin{cases} \max_{\pi} L_1^b = \frac{1}{2}(\pi - \pi^*)^2 + \frac{\varphi}{2} [u - u^*]^2 \\ \text{s.c. } u = u^n - (\pi - \pi^e) \end{cases} \quad \text{soit :}$$

$$\max_{\pi} L_1^b = \frac{1}{2}(\pi - \pi^*)^2 + \frac{\varphi}{2} [u^n - (\pi - \pi^e) - u^*]^2$$

La condition du premier ordre donne :

$$\frac{\delta L_1^b}{\delta \pi} = 0 \Rightarrow (\pi - \pi^*) - \varphi [u^n - (\pi - \pi^e) - u^*] = 0$$

D'où la fonction de perte du candidat 1 :

$$\boxed{(1 + \varphi) \pi = \pi^* + \varphi (u^n - u^*) + \varphi \pi^e}$$

3) A l'équilibre sans engagement, indépendamment de l'annonce faite par le banquier central, les agents, connaissant la fonction de réaction, choisissent π^e solution du système :

$$\begin{cases} (1 + \varphi) \pi = \pi^* + \varphi (u^n - u^*) + \varphi \pi^e \\ \pi = \pi^e \end{cases}$$

L'inflation à l'équilibre sans engagement est donc donnée par :

$$\boxed{\pi = \pi^e = \pi^* + \varphi (u^n - u^*)}$$

Compte tenu du fait que le chômage est à son niveau naturel, la perte de la société vaut alors :

$$L = \frac{1}{2}(\varphi (u^n - u^*))^2 + \frac{\varphi}{2} (u^n - u^*)^2 \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{2}\varphi (\varphi + 1) (u^n - u^*)^2}$$

4) Le biais inflationniste vaut : $\boxed{\varphi (u^n - u^*)}$. Le banquier central est tenté de dévier de taux d'inflation trop faibles. Ils ne sont donc pas crédibles. Les agents anticipent le taux d'inflation tel que l'incitation à dévier est nulle, car le gain en termes de chômage plus faible est exactement compensé par le coût en termes d'inflation supplémentaire.

2.3 Candidat 2

5) Désormais, la fonction de perte du banquier central s'écrit :

$$(1 + \bar{\varphi}) \pi = \pi^* + \bar{\varphi} (u^n - u^*) + \bar{\varphi} \pi^e$$

Et l'inflation à l'équilibre sans engagement vaut :

$$\pi = \pi^e = \pi^* + \bar{\varphi} (u^n - u^*)$$

La perte de la société est donc donnée par :

$$L = \frac{1}{2}(\bar{\varphi} (u^n - u^*))^2 + \frac{\varphi}{2} (u^n - u^*)^2 \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{2}(\bar{\varphi}^2 + \varphi) (u^n - u^*)^2}$$

6) Il faudrait avoir $\bar{\varphi} = 0$ (solution du banquier central infiniment conservateur, qui ne se préoccupe pas du tout du chômage). Il n'existe donc pas de $\bar{\varphi} > 0$ tel que le candidat 2 peut faire aussi bien qu'à l'équilibre avec engagement.

2.4 Candidat 3

7) Maintenant, la fonction de perte du banquier central s'écrit :

$$(1 + \varphi) \pi = \bar{\pi} + \varphi (u^n - u^*) + \varphi \pi^e$$

Et l'inflation à l'équilibre sans engagement vaut :

$$\pi = \pi^e = \bar{\pi} + \varphi (u^n - u^*)$$

La perte de la société est donc donnée par :

$$L = \frac{1}{2} [\bar{\pi} - \pi^* + \varphi(u^n - u^*)]^2 + \frac{\lambda}{2} (u^n - u^*)^2$$

8) Pour que les deux pertes coïncident, nous devons avoir :

$$\Leftrightarrow \bar{\pi} = \pi^* - \varphi(u^n - u^*)$$

Il suffit donc que le candidat ait une cible d'inflation inférieure à celle de la société. Le coût à dévier va devenir pour lui prohibitif pour un niveau d'inflation plus faible, qui coïncide avec la cible de la société.

2.5 Le choix

9) Question ouverte.