Chapitre 7: La méthode instrumentale

Introduction

- La méthode instrumentale est probablement la plus ancienne des méthodes d'évaluation de programme. Elle permet d'éliminer les biais liés à la présence d'un terme d'hétérogénéité non observé, corrélé à la fois avec la variable d'intérêt et avec la probabilité de recevoir le traitement.
- Son emploi repose sur l'existence d'au moins une variable, fortement corrélée avec la probabilité de participer au programme, mais qui n'a pas d'impact direct sur la variable d'intérêt.

Théorie

- Rappelons que le problème de l'identification de l'effet du traitement peut être représenté dans le modèle suivant:

$$Y_i = \alpha X_i + \beta T_i + \epsilon_i$$

Nous avons vu au cours du chapitre 1 que les difficultés commencent lorsque le terme d'erreur de cette équation est corrélé avec la variable de traitement, T.

- Cette corrélation peut exister pour plusieurs raisons:
  - Placement endogène du programme (ciblé sur certaines populations en fonction de critères inconnus)
  - Autosélection des individus
  - Erreurs dans l'observation de T
- Dans tous les cas, l'hypothèse fondamentale de Gauss Markov, l'absence de corrélation entre le terme d'erreur et la mesure du traitement, est invalidée: $cov(T_i, \varepsilon_i) \neq 0$.
- Ceci conduit à un biais lors de l'estimation de l'équation par les moindres carrés ordinaires (MCO).

- Le principe de la méthode instrumentale consiste à trouver (au moins) une variable Z, corrélée avec T et non corrélée avec ε.
- Pour obtenir une estimation sans biais de l'effet du traitement, il faut alors:
  - Régresser T sur Z et X
  - Remplacer T par sa prédiction issue de cette régression dans la régression de Y sur T.
- Par construction, la prédiction de T en fonction de Z et X est purgée des éléments de T corrélés avec le terme d'erreur ε. Son coefficient estimé est alors un estimateur convergent de l'effet du traitement.

- Considérons le modèle de régression simple:

$$Y_i = \beta T_i + \epsilon_i$$

- Soit Z une variable instrumentale. Par hypothèse: cov(Z,ε)=0. On a alors:

$$\begin{aligned} cov(Y_i, Z_i) &= cov(\beta T_i + \epsilon_i, Z_i) \\ &= \beta\, cov(T_i, Z_i) \end{aligned}$$

$$\text{d'où l'on tire: } \hat{\beta}_{IV} = \frac{cov(Y_i, Z_i)}{cov(T_i, Z_i)}$$

$$= \beta + \frac{cov(Z_i, \epsilon_i)}{cov(T_i, Z_i)}$$

$$\hat{\beta}_{IV} = \beta + \frac{cov(Z_i, \epsilon_i)}{cov(Z_i, T_i)}$$

- La relation montre sous quelles conditions l'estimateur à variable instrumentale est un estimateur non biaisé du paramètre d'intérêt:
  - L'instrument, Z, doit être non corrélé avec le terme d'erreur de la régression, ε.
  - L'instrument, Z, doit être corrélé avec la variable instrumentée T.

- Les *deux* conditions sont très importantes: il est rare que l'instrument soit totalement non corrélé avec le terme d'erreur de la régression. S'il est « faible », c'est à dire peu corrélé avec la variable instrumentée, alors le risque existe que l'estimateur à variable instrumentale soit plus biaisé que l'estimateur des MCO.
- En fait, on peut sans doute toujours trouver un instrument dont l'exogénéité ne puisse être remise en cause. Mais il y a alors de fortes chances qu'il soit très peu corrélé avec le traitement.

Comment choisir les instruments ?

- Un bon instrument peut être défendu d'un point de vue théorique.
- Il existe aussi des tests statistiques qui permettent d'évaluer la pertinence de l'hypothèse d'exogénéité des instruments et leur pouvoir explicatif de la variable instrumentée.

Tests de sur-identification

- Soit à estimer le modèle:

$$y_i = X_i{}' \beta + \epsilon_i$$

  où k est le nombre de variables explicatives. Parmi ces variables certaines sont corrélées avec le terme d'erreur et doivent donc être instrumentées (on dit que ces variables sont endogènes). Supposons que k1 variables sont exogènes et k2 endogènes (k=k1+k2).

- Supposons que l'on dispose de k3 variables instrumentales Z (k3>k2).

- On peut tester la validité globale des k3 instruments de la façon suivante:
  - On commence par estimer le modèle par les doubles moindres carrés:
    - On régresse les k2 variables endogènes sur les k1 variables exogènes et sur les k3 instruments (régression instrumentale).
    - On remplace les k2 variables endogènes dans le modèle par leur prédiction issue de cette régression.
    - On estime le modèle ainsi transformé.
  - Ensuite on récupère le vecteur des résidus de l'équation.
  - Et finalement on régresse ce vecteur sur les variables exogènes et les instruments et on récupère le R^2 de la régression.

- Le principe du test est que si le R^2 est suffisamment élevé, on doit rejeter l'hypothèse de validité des instruments, car le résidu de l'équation instrumentée ne devrait pas pouvoir être « expliqué » par les instruments.
- On montre que si n est le nombre d'observations, alors, sous l'hypothèse nulle de validité des instruments:

$$nR^2 \rightarrow \chi^2_{(k3-k2)}$$

- On rejette donc si le R^2 de la régression est trouvé trop grand par rapport à une valeur critique.
- Le problème est que dans ce cas on ne peut pas savoir quel instrument ne remplit pas la condition de non corrélation avec le terme d'erreur de l'équation.
- De plus, quand k3 est strictement égal à k2, le test ne peut pas être effectué.

Tester la force des instruments

- Il faut également tester le pouvoir des instruments à « expliquer » les valeurs prises par la ou les variables instrumentées.
- Ceci peut être effectué au moyen d'un test de Fisher.
- Il s'agit de tester la significativité jointe des instruments dans l'équation instrumentale.
- La valeur minimum communément admise pour la statistique de Fisher est de 10. Elle augmente avec le nombre d'instruments.

Interprétation

- L'estimateur à variables instrumentales ne permet pas de mesurer l'effet moyen du traitement dans la population (ATE), ni même l'effet du traitement sur les traités (TTE).
- Ce qu'il permet de mesurer est l'effet du traitement sur ceux dont la participation est modifiée *par suite d'une modification de la valeur de l'instrument, Z*. On parle d'effet local moyen du traitement (Local Average Treatment Effect, LATE).

- Exemple: Angrist et Imbens (1996) examinent l'effet d'être un vétéran de la guerre du Vietnam sur les revenus ultérieurs (Y).
- Ils utilisent le fait qu'au cours de la guerre du Vietnam, les individus susceptibles d'être mobilisés étaient tirés au hasard, en fonction de leur date de naissance.
- On commençait par allouer aléatoirement un numéro (Z) entre 1 et 365 à chaque jour de l'année. Puis l'armée décidait de la proportion de chaque classe d'âge mobilisée: 195/365 de la classe 1950 en 1970, 125/365 de la classe 1951 en 1971 etc. Ainsi plus le numéro était faible et plus faible était le risque d'être mobilisé (T).

- L'instrument est a priori parfait, puisqu'il repose sur le hasard de la date de naissance.
- Mais certains pouvaient choisir d'être enrollés alors même qu'ils avaient un numéro élevé et d'autres, avec un numéro faible, pouvaient être réformés pour raisons médicales ou parce qu'ils étaient étudiants.
- Angrist, Imbens et Rubin, distinguent 3 types d'individus:
  - Les conformistes («compliers ») font ce qu'on leur dit de faire. Ils partent s'ils sont tirés et restent s'ils ne le sont pas.
  - Les déviants (« always takers » et « never takers ») ne suivent la règle que si elle va dans leur sens. Ils partent, même s'ils pouvaient échapper à la conscription (« always takers ») ou bien ne partent pas, même s'ils ont tiré un mauvais numéro (« never takers »).
  - Enfin il y a les rebelles (« defiers »): ceux là choisissent de partir (rester) alors même qu'ils ont tiré un bon (mauvais) numéro, mais auraient choisi de rester (partir) s'ils avaient tiré un mauvais (bon) numéro.

- Sous l'hypothèse qu'il n'existe pas de « rebelles », autrement dit qu'un accroissement du numéro attribué à un individu réduit sa probabilité d'être enrollé (volontairement ou non) dans l'armée, Angrist, Imbens et Rubin montrent que l'estimateur à variables instrumentales évalue l'impact du « programme », mais uniquement sur les conformistes.

- Autre exemple: supposons que Y est le résultat obtenu à un test scolaire, T une indicatrice prenant la valeur 1 si l'élève est dans une école catholique et 0 sinon et Z une indicatrice prenant la valeur 1 si l'éléve est catholique et 0 sinon.
- On suppose que $P(T=1|Z=1) > P(T=1|Z=0)$ (il n'y a pas d'élève catholique qui aurait une probabilité plus élevée de fréquenter une école catholique s'il abandonnait cette confession – ni d'élève non catholique qui aurait une probabilité moins élevée de fréquenter une école catholique s'il devenait catholique).
- L'estimateur LATE évalue l'effet d'être inscrit dans une école catholique sur le résultat au test *pour les élèves qui sont à l'école catholique parce qu'ils sont catholiques.*

- Sous l'hypothèse qu'il n'existe pas de rebelles, il est facile de calculer la proportion des conformistes dans la population. Il suffit d'examiner le pourcentage de ceux qui participent au programme alors même qu'ils n'auraient pas du le faire (parmi ceux qui ont un numéro élevé, le % de ceux qui s'enrollent) et le pourcentage de ceux qui n'y participent pas alors qu'ils l'auraient du (parmi ceux qui ont un numéro faible, le % de ceux qui échappent à la conscription).
- Etant donné que le résultat du tirage, Z, est aléatoire et donc indépendant du type de l'individu, ces proportions sont identiques à celle dans la population (autrement dit la proportion de « never takers » / « always takers » est la même parmi ceux qui ont un numéro faible que parmi ceux qui ont un numéro élevé).

- La proportion des conformistes est alors donnée par:

$$\pi_{Conformistes} = 1 - \pi_{always\ takers} - \pi_{never\ takers}$$

Sources d'instruments

- Les meilleures sources sont à rechercher dans les informations relatives à la mise en place du programme.
- Une randomisation imparfaite (certains individus « tirés » (Z=1) ne participent pas (T=0), alors que d'autres « non tirés » (Z=0) participent (T=1)) ne permet pas d'employer l'estimateur de la simple différence présenté au début du cours. Mais si la probabilité de participer est fortement corrélée au fait d'être tiré, le LATE peut être estimé, en utilisant la méthode instrumentale.

- Dans ce cas très simple, si Y est la variable d'intérêt:

$$\hat{\beta}_{IV} = \frac{E(Y|Z=1) - E(Y|Z=0)}{E(T|Z=1) - E(T|Z=0)}$$

- Pour évaluer l'effet local du traitement, il suffit donc de calculer la différence des valeurs moyennes de Y entre les individus tirés et les individus non tirés pour participer et de la ramener à la différence des proportions de chacun de ces deux sous échantillons qui participent.

- Autre exemple (vu au chapitre 2): on peut rendre aléatoire l'information sur l'existence du programme.
- Certaines personnes informées directement (Z=1) choisiront de ne pas participer (T=0) et d'autres, non informées directement (Z=0), choisiront de participer (T=1).
- Le fait de recevoir l'information doit accroître la probabilité de participer: P(T=1|Z=1)>P(T=1|Z=0).
- Sous ces hypothèses, l'estimateur LATE s'écrit comme précédemment:

$$\hat{\beta}_{IV} = \frac{E(Y|Z=1) - E(Y|Z=0)}{E(T|Z=1) - E(T|Z=0)}$$

- L'exploitation d'une « discontinuité » dans la probabilité d'être traité, suite à une variation dans la valeur prise par une variable continue (S) conduit également à estimer le LATE (voir chapitre 6):

$$\beta = \frac{\lim\limits_{\epsilon \to 0} \left[E(Y_i | S_i = S^* + \epsilon) - E(Y_i | S_i = S^* - \epsilon) \right]}{\lim\limits_{\epsilon \to 0} \left[E(T_i | S_i = S^* + \epsilon) - E(T_i | S_i = S^* - \epsilon) \right]}$$

- Cet estimateur peut être vu comme un estimateur à variable instrumentale. L'instrument ici utilisé est alors le fait que, selon que l'on se trouve de part et d'autre de la valeur limite S* la probabilité de recevoir le traitement diffère de façon significative.

- Ravallion and Wodon (2000) examinent l'impact du travail des enfants sur leur présence à l'école au Bengladesh.
- Le programme « Food for education » distribue une aide alimentaire ciblée en direction des ménages pauvres afin de les inciter à scolariser leurs enfants.
- L'effet attendu est positif: en réduisant le coût de l'éducation, l'aide doit accroître la participation à l'école.
- Pour corriger la sélection endogène des ménages, les auteurs utilisent le ciblage géographique du programme comme instrument: Z=1 pour tous les ménages vivant dans un village ciblé et 0 sinon.
- L'étude conclut que le programme a beaucoup plus augmenté l'éducation qu'il n'a contribué à réduire le travail des enfants.

- Glewwe et Jacoby (1995) examinent l'effet de l'état de santé et de la nutrition (T) sur l'éducation au Ghana (Y):

$$Y_i = \alpha + \beta T_i + \epsilon_i$$

- Le traitement est ici une variable continue, mais les difficultés sont les mêmes.
- Les données employées sont en coupe transversale (1760 enfants, âgés de 6 à 15 ans, observés en 1988/1989).
- Le traitement T est potentiellement endogène, car il est probable qu'il existe des caractéristiques des ménages non observées qui impactent à la fois l'état de santé de l'enfant et son niveau d'éducation.

- Les auteurs examinent la possibilité d'employer les variables suivantes comme instruments:
  - Distance de l'habitation du ménage au centre de santé le plus proche
  - Taille de la mère
- Que penser de ces instruments ?

- Distance entre l'habitation et le centre de santé le plus proche
  - Celle-ci peut être corrélée à d'autres caractéristiques du village qui impactent directement l'éducation (présence d'écoles, de route, de transports en commun etc.)
- Taille de la mère
  - Celle-ci peut être corrélée au terme d'hétérogénéité non observée, si l'éducation de l'enfant dépend en partie de ses caractéristiques génétiques et si ces caractéristiques se transmettent entre générations.
  - La taille de la mère pourrait avoir un impact sur sa productivité, donc sur le coût d'opportunité de son temps et avoir un impact sur le temps passé avec l'enfant.

Instrumenter or not instrumenter ?

- Quand les instruments sont faibles, il vaut sans doute mieux s'abstenir d'instrumenter, étant donné qu'il n'est jamais possible d'être certain du caractère parfaitement exogène de l'instrument.
- Dans ce cas, il est préférable de présenter les résultats non instrumentés en expliquant pour quelle raison on préfère ne pas le faire et discuter les biais que l'estimateur non instrumenté est susceptible de porter.